

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – giugno 2022**



**Domanda 1 (punti 3, 6^).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x+3}{x^2+1}\right)$$

Dominio	$E = (-3, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 2)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(2; 0) \quad C(0; \log 3)$

**Domanda 2 (punti 3, 6^).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 2})$  e  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x^2+x-2} - 1}{x^2 + 2x}$

Soluzioni	$5/2; 3/2$
-----------	------------

**Domanda 3 (punti 3, 3\*\*, 6^).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log(x^3 + 3x^2)$

Derivata prima	$f' = \frac{3(x+2)}{x \cdot (x+3)} \quad E = (-3, +\infty) \setminus \{0\}$
Estremi	$M(-2; \log 4)$ cresce in $(-3, -2) \cup (0, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 3\*\*, 6^).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{\frac{1-3x^2}{2}}$

Derivata prima	$f' = e^{\frac{1-3x^2}{2}} \cdot (1 - 3x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 9e^{\frac{1-3x^2}{2}} \cdot x \cdot (x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; -e^{-1/2}); F_2(0; 0); F_3(1; e^{-1/2})$ convessa in $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2, 6^).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{16x^4 + 3x^2 + 8}}{3x^2 - 9x + 6}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$
As. verticali	$x = 1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 4/3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*, 4\*\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \frac{4x+2}{2x+5} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{\frac{x}{2}-4} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2x - 4 \log(2x+5)$ $2 - 4 \log\left(\frac{7}{5}\right) \approx 0,6541$
Integrale indefinito	$2e^{\frac{x}{2}-4} \cdot (x-2) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*, 4\*\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + k \cdot y + 2z = 2 \\ -x + 4y + k \cdot z = 1 \\ 3x + 2y + 3z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 4/3$ : incompatibile $k \neq -1; 4/3$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-4k^2 + 7k + 4}{-3k^2 + k + 4}; y = \frac{2}{4 - 3k}; z = \frac{7k}{3k^2 - k - 4}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*, 6\*\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 3x^2 - x \cdot y + x + y^2 - 2y$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x - 2y - 4 = 0$ .

Derivate parziali	$f_x = 6x - y + 1 \quad f_y = -x + 2y - 2$
Estremi liberi	$m(0;1) \quad z = -1 \quad H = 11$
Estremi vincolati	$m(0;-2) \quad \lambda = 3 \quad z = 8$ $H = -22$

**Domande teoriche.**

- 1) Le forme indeterminate con esempi (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 2) Il teorema degli zeri (punti 2, 4\*, 3\*\*)
- 3) Definizione di estremi vincolati con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4\*, 4\*\*)

*Punteggi esercizi solo II parte con I parte svolta a gennaio contrassegnati con \* (solo II parte dopo prova intermedia di novembre con \*\*, solo I parte con ^).*